

受験番号

平成27年度（一次入試）

# 数 学

（検査時間 14：50～15：40）

## 注意事項

### 1. 開始の合図で

- ◆ 解答用紙，問題用紙，下書き用紙の所定の欄に受験番号を書き入れなさい。
- ◆ 解答はすべて解答用紙の所定の欄に書き入れなさい。
- ◆ 問題文は10ページあり，その順序は **数1** ～ **数10** で示しています。  
ページ漏れや印刷不鮮明などに気づいた場合には，手をあげなさい。

### 2. 終了の合図で

- ◆ 机の上に，下から順に問題用紙，下書き用紙，解答用紙を置きなさい。  
解答用紙だけは裏返して置きなさい。

【1】 次の (1) ~ (7) の問いに答えなさい。

(1) 次の①~⑤の計算をしなさい。

①  $3 - 12$

②  $2 \times (-3)^2 - 2^2$

③  $3(2a - 3b) - (a - 5b)$

④  $x^4 y^3 \div x^2 y^2 \times x^2 y$

⑤  $\sqrt{20} + 2\sqrt{5} - \sqrt{45}$

(2) 次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} 7x - 4y = 2 \\ 5x - 2y = 4 \end{cases}$$

(3) 2次方程式  $(x+1)(x-6)+9=0$  を解きなさい。

(4) 大小2つのさいころを同時に1回投げ、大きいさいころの出る目の数を十の位の数、小さいさいころの出る目の数を一の位の数として、2けたの整数をつくる。

このとき、つくられる2けたの整数が8の倍数となる確率を求めなさい。

ただし、大小2つのさいころのそれぞれについて、1から6までのどの目が出ることも、同様に確からしいものとする。

(5) 下の資料は、ある中学校の生徒11人の1か月間に読んだ本の冊数を示したものであり、中央値(メジアン)と平均値が等しい。

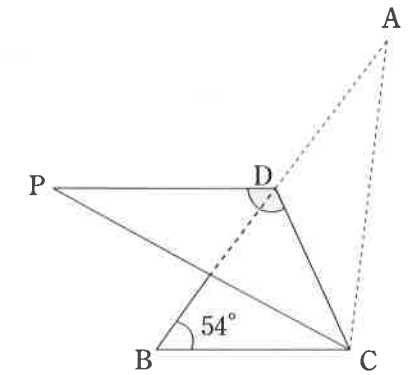
資料の  $a$  に適する数を求めなさい。

ただし、 $a$  に適する数は自然数とする。

読んだ本の冊数(冊)

3	6	1	4	5	1	2	4	$a$	1	2
---	---	---	---	---	---	---	---	-----	---	---

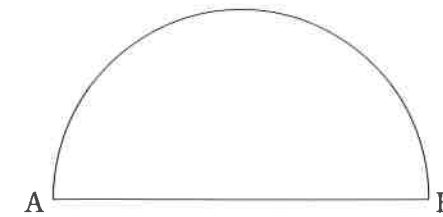
(6) 右の図のように、 $\angle ABC = 54^\circ$ である $\triangle ABC$ の辺AB上に点Dをとり、線分CDを折り目として $\triangle ABC$ を折り返し、頂点Aが移った点をPとする。PD//BCのとき、 $\angle PDC$ の大きさを求めなさい。



(7) 下の図のように、線分ABを直径とする半円がある。

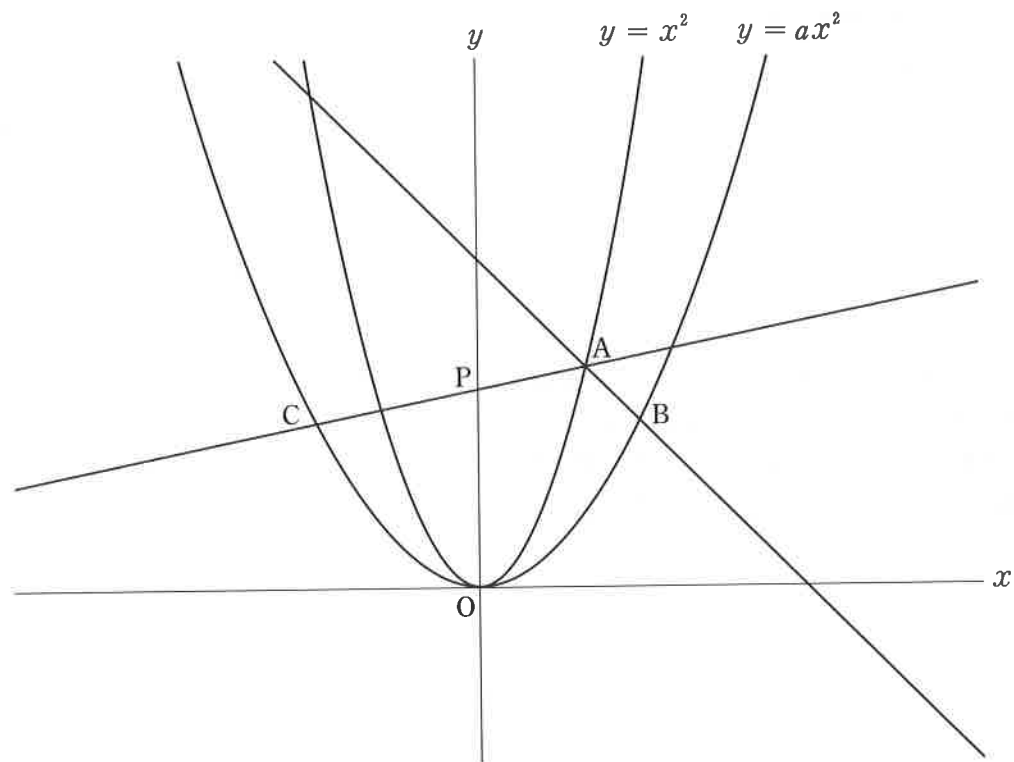
$\widehat{AB}$ 上に点Pをとり、 $\angle PAB = 15^\circ$ となる線分APを作図しなさい。

ただし、作図には定規とコンパスを用い、作図に使った線は消さないこと。



【2】 下の図のように、関数  $y = x^2$  のグラフ上に点 A があり、関数  $y = ax^2$  ( $a > 0$ ) のグラフ上に 2 点 B, C がある。点 A の  $x$  座標は 2, 点 B の座標は (3, 3) であり、点 B と点 C の  $y$  座標は等しい。また、直線 AC と  $y$  軸との交点を P とする。

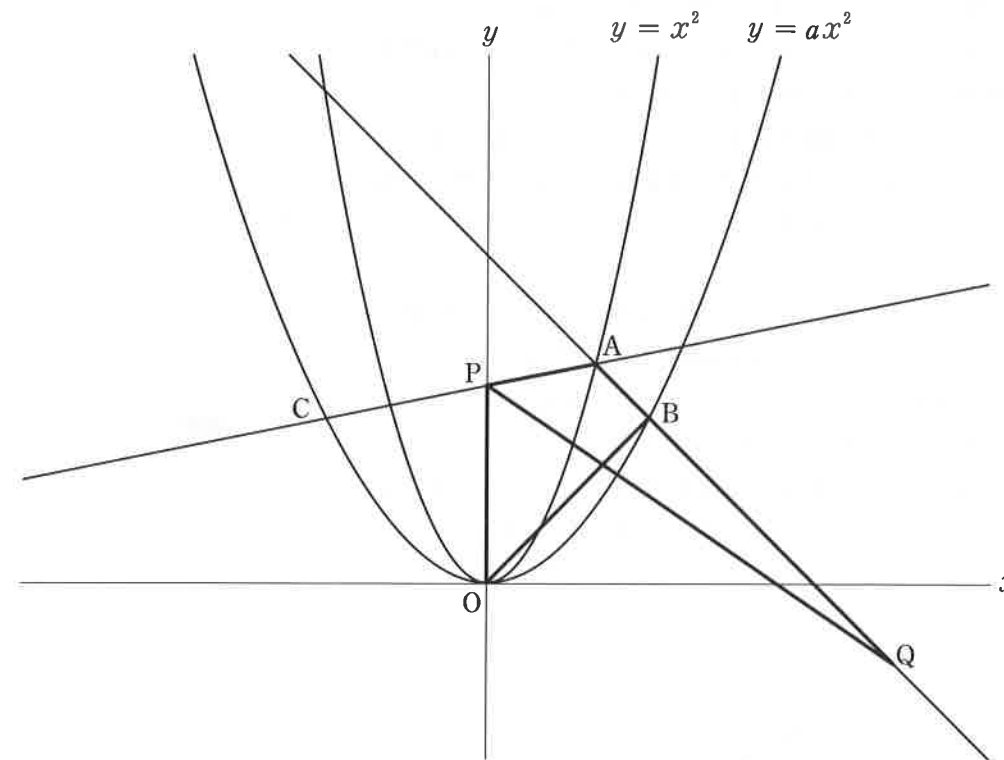
次の (1) ~ (3) の問いに答えなさい。



(1)  $a$  の値を求めなさい。

(2) 直線 AB の式を求めなさい。

(3) 下の図のように、直線 AB 上に点 Q をとり、 $\triangle APQ$  の面積が四角形 OBAP の面積と等しくなるようにするとき、点 Q の  $y$  座標を求めなさい。  
ただし、点 Q の  $y$  座標は負とする。

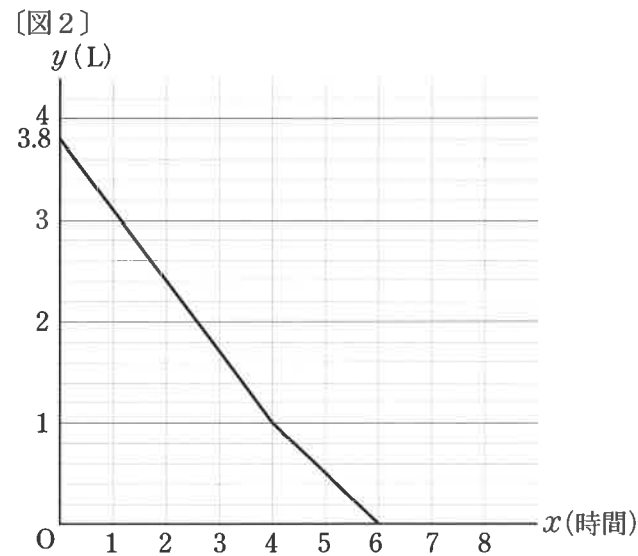


【3】 冬などの空気が乾燥しやすい季節に、室内の湿度を上げるために使用する電気機器として「加湿器」がある。加湿器は、加湿器のタンクの中に入れた水を外に放出することによって室内の湿度を上げる。

〔図1〕の加湿器Aには、「強」「中」「弱」の設定があり、どの設定の場合も、それぞれ一定の割合で水を放出する。1時間あたりの水の放出量は、「強」の設定では0.7L、「弱」の設定では0.3Lである。たとえば、加湿器Aのタンクの中に3Lの水が入っている状態から「弱」の設定だけで運転を続けると、運転を開始してからちょうど10時間後にタンクの中の水がなくなるということになる。

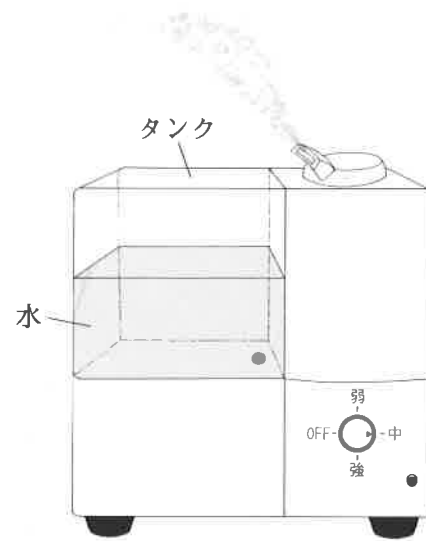
また、加湿器Aのタンクの中に3.8Lの水が入っている状態から、最初に「強」の設定で4時間の運転を続けた後、「中」の設定に切り替えてそのまま運転を続けたところ、運転を開始してからちょうど6時間後にタンクの中の水がなくなった。このとき、運転を開始してから  $x$  時間後の加湿器Aのタンクの中の水の量を  $y$  Lとして、 $x$  と  $y$  の関係をグラフに表すと〔図2〕のようになった。

次の(1)～(3)の問いに答えなさい。



(1) 加湿器Aの「中」の設定での1時間あたりの水の放出量は何Lか、求めなさい。

〔図1〕 加湿器A

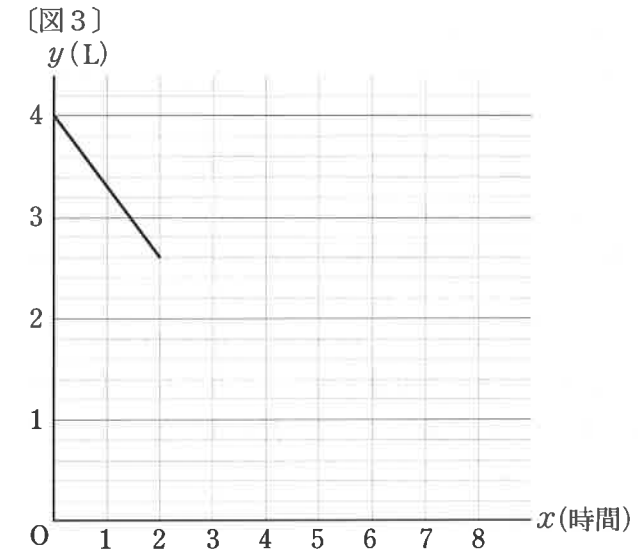


(2) 加湿器Aのタンクの中に4Lの水が入っている状態で、運転を開始した。

最初に「強」の設定で2時間の運転を続けた後、「中」の設定に切り替えてしばらく運転し、最後に「弱」の設定に切り替えて運転を続けたところ、運転を開始してからちょうど8時間後に加湿器Aのタンクの中の水がなくなった。

〔図3〕は、運転を開始してから  $x$  時間後の加湿器Aのタンクの中の水の量を  $y$  Lとして、 $x$  の変域が  $0 \leq x \leq 2$  のときの  $x$  と  $y$  の関係を表すグラフである。

$x$  の変域が  $2 \leq x \leq 8$  のときの  $x$  と  $y$  の関係を表すグラフを〔図3〕にかき入れるとどうなるか、解答欄の〔図3〕にかき入れなさい。



(3) 加湿器Aのタンクの中に4Lの水が入っている状態で、運転を開始した。

最初に「強」の設定で2時間の運転を続けた後、「中」の設定に切り替えてしばらく運転し、加湿器Aのタンクの中の水の量がちょうど1Lになったとき、「弱」の設定に切り替えて、タンクの中の水がなくなるまで運転を続けた。

このとき、加湿器Aのタンクの中の水がなくなるのは、運転を開始してから何時間何分後か、求めなさい。

【4】 次の会話は、連続する5つの自然数について、中学生のゆうかさんと兄である高校生のけんじさんが交わしたものである。

会話を読んで、(1)～(3)の問いに答えなさい。

けんじさん：今から、数あてをするよ。

連続する5つの自然数を何でもいいから頭に思い浮かべてみて。

ゆうかさん：思い浮かべたわ。

けんじさん：その5つの自然数のうち、もっとも大きい自然数と2番目に大きい自然数の積からもっとも小さい自然数と2番目に小さい自然数の積をひいてみて。

計算が終わったら、その結果を教えて。

ゆうかさん：計算結果は、42になったわ。

けんじさん：ということは、ゆうかが思い浮かべた連続する5つの自然数は、5, 6, 7, 8, 9だね。

ゆうかさん：どうしてわかったの？

けんじさん：連続する5つの自然数について、いつでも成り立つことがらを利用したんだ。

たとえば、連続する5つの自然数として、2, 3, 4, 5, 6を考えた場合、もっとも大きい自然数と2番目に大きい自然数の積からもっとも小さい自然数と2番目に小さい自然数の積をひくと、「 $6 \times 5 - 2 \times 3 = 24$ 」となるよね。

10, 11, 12, 13, 14の場合は、「 $14 \times 13 - 10 \times 11 = 72$ 」だ。

ゆうかの計算結果やこれらの計算結果と、それぞれの場合の真ん中の自然数との関係を調べると、連続する5つの自然数について、何か成り立つことがらを予想できないかな？

ゆうかさん：えーっと、次のように予想できるわ。

[ゆうかさんの予想]

連続する5つの自然数について、もっとも大きい自然数と2番目に大きい自然数の積からもっとも小さい自然数と2番目に小さい自然数の積をひいた差は、真ん中の自然数の  倍になる。

けんじさん：うん。ゆうかの予想は正しいよ。ぼくも、ゆうかが予想したことがらを利用して、連続する5つの自然数をあてることができたんだ。

ゆうかの予想したことがらが、いつでも成り立つことを、連続する5つの自然数のうち、もっとも小さい自然数を  $n$  として、説明してごらん。

(1) 会話の中で、けんじさんが言ったように、[ゆうかさんの予想] はいつでも成り立つ。

会話の中の  に適する数を入れ、[ゆうかさんの予想] を完成させなさい。

(2) 下の[説明]は、会話中の[ゆうかさんの予想]がいつでも成り立つことを、連続した5つの自然数のうち、もっとも小さい自然数を  $n$  として説明したものである。

下の  に続きを書き、[説明] を完成させなさい。

[説明]

連続する5つの自然数のうち、もっとも小さい自然数を  $n$  とすると、

(3) ゆうかさんは、けんじさんから教えてもらったことを参考にして、連続する5つの奇数について成り立つことがらを見つけて、友人のひろ子さんに、次の質問をした。

[ゆうかさんがひろ子さんにした質問]

連続する5つの奇数を頭に思い浮かべてください。

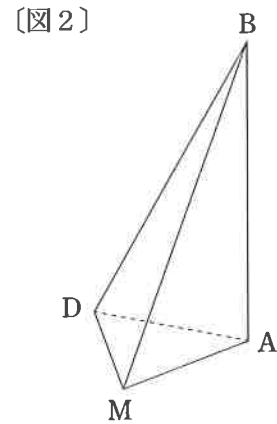
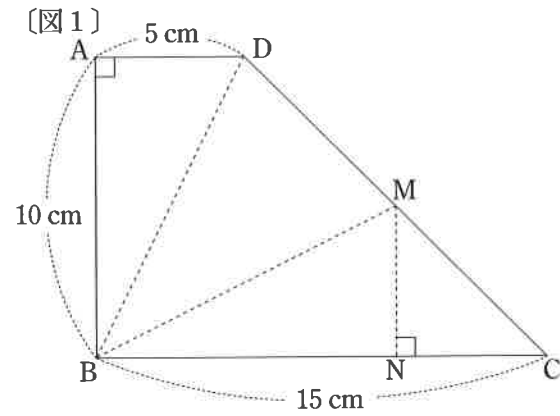
その5つの奇数のうち、もっとも大きい奇数と2番目に大きい奇数の積からもっとも小さい奇数と2番目に小さい奇数の積をひいて、その計算結果を教えてください。

ひろ子さんからは、「計算結果は、156になったわ。」と返事があった。

ひろ子さんの計算結果が正しいものとして、ひろ子さんが思い浮かべた連続する5つの奇数を小さい順に書きなさい。

【5】 [図1] のように、 $AD \parallel BC$ である台形 $ABCD$ があり、 $AB = 10 \text{ cm}$ 、 $AD = 5 \text{ cm}$ 、 $BC = 15 \text{ cm}$ 、 $\angle BAD = 90^\circ$ である。点 $M$ は、辺 $CD$ の中点であり、点 $N$ は、点 $M$ から辺 $BC$ にひいた垂線と辺 $BC$ との交点である。

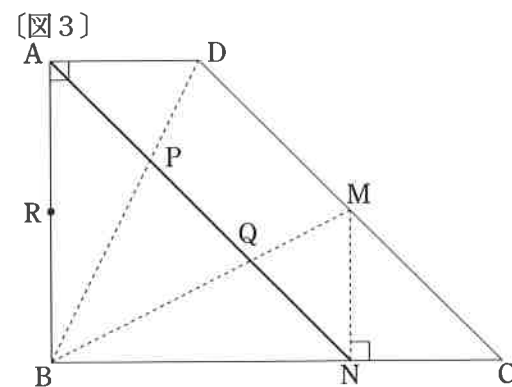
[図2] は、[図1] の台形 $ABCD$ を、線分 $BD$ 、線分 $BM$ 、線分 $MN$ で折り曲げてできる三角すいである。また、[図1] の点 $C$ 、点 $N$ は、[図2] の三角すいにおいて、点 $D$ 、点 $A$ とそれぞれ重なっている。次の(1)～(4)の問いに答えなさい。



- (1) [図2] の三角すいにおいて、辺 $AD$ とねじれの位置にある辺を答えなさい。
- (2) [図2] の三角すいの体積を求めなさい。
- (3) [図2] の三角すいにおいて、 $\triangle BDM$ を底面としたときの高さを求めなさい。

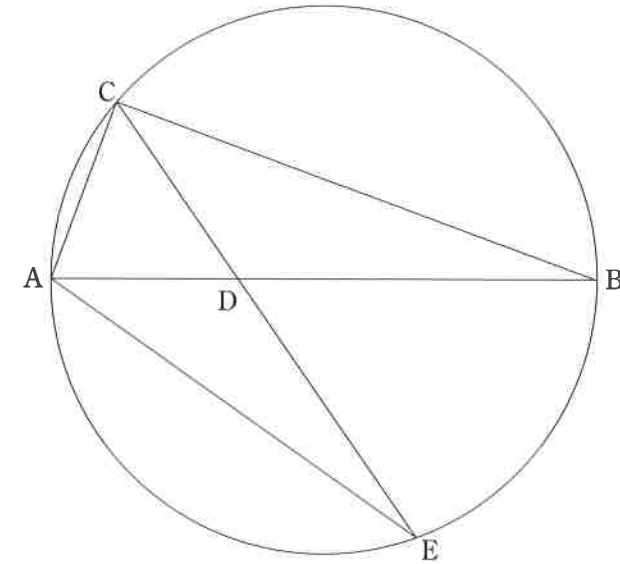
(4) [図3] のように、[図1] の台形 $ABCD$ において、線分 $AN$ と線分 $BD$ 、線分 $BM$ との交点をそれぞれ $P$ 、 $Q$ とし、辺 $AB$ の中点を $R$ とする。

このようにして定めた3点 $P$ 、 $Q$ 、 $R$ を[図2] の三角すいの辺上にとり、3点 $P$ 、 $Q$ 、 $R$ を通る平面で[図2] の三角すいを切ったとき、点 $B$ をふくむ方の立体の体積を求めなさい。



【6】 下の図のように、半径 $6 \text{ cm}$ の円の周上に3点 $A$ 、 $B$ 、 $C$ をとる。このとき、線分 $AB$ は円の直径であり、線分 $BC$ の長さは $8\sqrt{2} \text{ cm}$ である。また、線分 $AB$ 上に $AC = AD$ となる点 $D$ をとり、線分 $CD$ の延長と円との交点を $E$ とする。

次の(1)～(3)の問いに答えなさい。



- (1)  $\triangle AED \sim \triangle CBD$ であることを証明しなさい。
- (2) 線分 $BD$ の長さを求めなさい。
- (3) 線分 $CE$ の長さを求めなさい。